

Az Operációkutatási Tanszék MSc
szakdolgozati témái

2020. szeptember 25.

tanszéki honlap: <http://or.elte.hu>

1. Diszkrét konvex optimalizálás és alkalmazásai

Témavezető: Frank András

Ismert, hogy miként lehet eldönteni, hogy egy gráfnak van-e olyan irányítása, amelyben minden csúcs be-foka egy előre megadott érték, és még az is standard folyam-eszközökkel kezelhető, ha az ilyen irányítások közül a legolcsóbbat szeretnénk megtalálni. Egy gyakorlatból eredő (erőforrás kiosztási) feladatban egy gráf olyan irányításának igénye merült fel, amelyben a be-fokok négyzetösszege minimális. Kiderült, hogy erre is elegáns válasz adható, de a dolog háttérében sokkal több van, mint ami hálózat- és matroid- optimalizálásról mester-szakon szerepel. K. Murota japán matematikus kidolgozta a Diszkrét konvex analízis elméletét. Az elmúlt három évben a vele folytatott közös kutatómunka során kiderült, hogy miként lehet összekapcsolni ezt a szemléletet az Edmonds-típusú jó karakterizációk, min-max tételek, és polinomiális algoritmusok világával. A szakdolgozó feladata egyrészt a Murotával közösen kidolgozott elmélet valamely szeletének részletes áttekintése, másrészt a szakirodalom idevonatkozó gyakorlati indíttatású cikkeinek feldolgozása, különös tekintettel ütemezési és erőforrás elhelyezési alkalmazásokra. Számos reménytelenül nyitott probléma is izgalmas kihívást jelent, különös tekintettel olyan frissen felfedezett új típusú min-max tételekre, melyekre egyelőre nem ismerünk algoritmikus bizonyítást. Olyan hallgató jelentkezését várom, aki (ha a területet valóban izgalmasnak találja) szívesen fektet komolyabb energiákat a vizsgálatokba. Kapcsolatfelvétel a frank@cs.elte.hu címen.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus, matematikus

2. Gráfok és szerkezetek merevségének kombinatorikus vizsgálata

Témavezető: Jordán Tibor

Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek geometriai, algebrai és kombinatorikus módszerekkel vizsgálhatók, másrészt az eredmények számos, látszólag távoli területen alkalmazhatók (pl. molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, kinyitható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: matroidok a diszkrét geometriában, a kombinatorikus merevség alkalmazási területei, globálisan merev gráfok és szerkezetek jellemzése, tensegrity szerkezetek, poliéderek merevségének vizsgálata, algebrai módszerek a merevségelméletben, kombinatorikus algoritmusok és előállítási tételek merev gráfok osztályaira.

Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid, Rendszeroptimalizálás, Typotex, 2004.
Frank András, Jordán Tibor, Diszkrét optimalizálás, Typotex, 2014.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus, matematikus

3. Hálózat optimalizálási feladatok

Témavezető: Jordán Tibor

A szakdolgozó feladata különböző diszkrét optimalizálási feladatok vizsgálata hálózat optimalizálási és tervezési (network design) problémákban. A cél az ismert módszerek, algoritmusok áttekintése, a még megoldatlan kérdések felderítése, esetleg algoritmusok implementálása, tesztelése. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: közelítő algoritmusok a Steiner network feladat különböző változataira, gráfok összefüggőségének optimális növelése.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus, matematikus

4. Fenyőpakolások alkalmazásai

Témavezető: Király Csaba

Edmonds fenyőtétele a kombinatorikus optimalizálás egyik alapvető tétele számos alkalmazással. A gyakorlati alkalmazások ihlették az eredmény Kamiyama, Katoh és Takizawa féle általánosítását. Az utóbbi években számos további általánosítása jelent meg ezen tételeknek, melyek az elméletben jelentősek, de egyéb alkalmazásuk még nem ismert.

A szakdolgozó feladata a korábbi alkalmazások feltérképezése, és annak vizsgálata, hogy milyen új alkalmazási lehetőségeket nyitnak meg az új eredmények.

Cs. Király, On maximal independent arborescence packing, SIAM Journal on Disc. Math., 30(4) (2016) 2107–2114. <http://bolyai.cs.elte.hu/egres/tr/egres-13-03.pdf> Cs. Király, Z. Szigeti, Reachability-based matroid-restricted packing of arborescences, <http://bolyai.cs.elte.hu/egres/tr/egres-16-19.pdf>

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus MSc

5. Új megközelítés fenyőpakolásokra

Témavezető: Király Csaba

Gao és Yang új megközelítést adott az ú.n. elérhetőségi fenyőpakolásokra problémák kezelésére. Ezt részletesen Hörsch és Szigeti dolgozta ki. A szakdolgozó feladata a kapcsolódó szakirodalom további áttekintése és annak megvizsgálása, hogy Gao és Yang ötlete egyszerűsít-e más problémákat.

Hui Gao, Daqing Yang: Packing of maximal independent mixed arborescences. <https://arxiv.org/abs/2003.04062> Florian Hörsch, Zoltán Szigeti: Packing

of spanning mixed arborescences. <https://arxiv.org/abs/2006.16190> Csaba Király, Zoltá Szigeti, Shin-ichi Tanigawa: Packing of arborescences with matroid constraints via matroid intersection. Math. Program. 181, 85–117 (2020). <https://doi.org/10.1007/s10107-019-01377-0>

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus MSc

6. Többszörösen merev gráfok

Témavezető: Király Csaba

Minimális élszámú több pont illetve él elhagyása után is merev gráfok élszámáról viszonylag kevés dolog ismert, bár a meglévő módszerekkel a témakörben még számos eredmény érhető el. A szakdolgozó feladata a szakirodalomban megtalálható módszerek segítségével lehetőleg éles élszámbecsléseket adni k él/pont elhagyása után is merev gráfok élszámára.

V.E. Kaszanitzky, Cs. Király: On minimally highly vertex-redundantly rigid graphs. Graphs and Combinatorics, 32(1), 225-240 (2016). <http://bolyai.cs.elte.hu/egres/tr/egres-14-08.pdf> T. Jordán: Combinatorial rigidity. Graphs and matroids in the theory of rigid frameworks, in: Discrete geometric analysis. Tokyo: Mathematical Society of Japan, 2016. pp. 33-112

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus MSc

7. A színes Carathéodory tétel

Témavezető: Király Tamás

Bárány Imre bizonyította be a Carathéodory tétel következő “színes” változatát: ha adott \mathbb{R}^d -ben $d + 1$ olyan ponthalmaz aminek a konvex burka tartalmazza 0 -t, akkor kiválasztható mindegyikből egy pont úgy, hogy a kiválasztott pontok konvex burkában is benne van 0 . A hallgató feladata a tétellel és az algoritmikus vonatkozásaival kapcsolatos irodalom feldolgoása, MSc szakdolgozó esetén önálló kutatás a témában.

Wolfgang Mulzer, Yannik Stein, Computational Aspects of the Colorful Caratheodory Theorem, <http://arxiv.org/abs/1412.3347> Imre Bárány and Shmuel Onn, Colourful Linear Programming and Its Relatives, <https://ie.technion.ac.il/~onn/Selected/MOR97.pdf> J. de Lorea et al., The discrete yet ubiquitous theorems of Carathéodory, Helly, Sperner, Tucker, and Tverberg, <https://arxiv.org/abs/1706.05975>

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus, matematikus

8. Az utazóügynök probléma speciális esetei

Témavezető: Pap Gyula

Az utazóügynök problémát érdekes speciális esetekben is tekinthetjük, mint például az 1-2-TSP, a grafikus metrika, illetve a 3-reguláris gráfok speciális esete. A szakdolgozó ezeket a speciális eseteket számos régi és újabb cikk alapján dolgozza fel, például az alábbi cikk, melyben az 1-2-TSP-re adtak egy új megközelítést.

Adamaszek, Mnich, Paluch, New Approximation Algorithms for (1,2)-TSP, <https://drops.dagstuhl.de/opus/volltexte/2018/9013/pdf/LIPIcs-ICALP-2018-9.pdf>

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus

9. Tutte polinom gráfokra és hipergráfokra

Témavezető: Tóthmérész Lilla

A Tutte polinom az egyik legfontosabb gráfpolinom, melynek nagyon sok ekvivalens definíciója ismert. Ezek közül sok van, ami különféle aktivitásfogalmakat használ. Ezen definíciók, illetve a hipergráfokra vonatkozó változataik megismerése a cél.

O. Bernardi, A characterization of the Tutte polynomial via combinatorial embedding, *Ann. Combin.* 12 (2008), no. 2, 139–153.

Julien Courtiel, A general notion of activity for the Tutte polynomial, <https://arxiv.org/pdf/1412.2081>

Spencer Backman, Tutte polynomial activities, <https://arxiv.org/pdf/1906.02781.pdf>

T. Kálmán, A version of Tutte’s polynomial for hypergraphs, *Adv. Math.* 244 (2013), no. 10, 823–873

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus

10. A chip-firing játék változatai és kapcsolata a gráfok feszítőfáival

Témavezető: Tóthmérész Lilla

A chip-firing egy nagyon egyszerű játék egy gráfon, aminek ennek ellenére a matematika meglepően sok területével van kapcsolata. A csúcsokon szét van osztva néhány chip (egy csúcson akár negatív sok is lehet), amiket a “lövés”-nek nevezett művelettel lehet újraosztani. Egy csúcs kilövése azt jelenti hogy minden szomszédjának átadunk egy-egy chipet. A lövésekkel egymásba vihető chip-kiosztásokat ekvivalensnek tekintve kapunk egy csoportot. Ha csak az összesen 0 chipet tartalmazó chip-kiosztásokat nézzük, akkor ez egy véges sok elemű csoport lesz (az úgynevezett sandpile csoport), amelynek elemszáma egyenlő a gráf feszítő fáinak számával. A sandpile csoport és a feszítőfák kapcsolata nagyon szép és gazdag, ennek áttekintése illetve nyitott kérdések vizsgálata lenne a feladat.

Criel Merino. The chip-firing game. *Discrete Mathematics* 302 (1-3): 188–210, 2005.

M. Chan, T. Church, and J. Grochow. Rotor-routing and spanning trees on planar graphs, *Int. Math. Res. Not.* 11 (2015) 3225–3244.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus