

**Az Operációkutatási Tanszék BSc és MSc
szakdolgozati témái**

2022

tanszéki honlap: <http://or.elte.hu>

1. **A Brouwer-féle fixponttétel kombinatorikus alkalmazásai (Ez a téma már foglalt.)**

Témavezető: Bérczi-Kovács Erika

Ajánlott szakok: BSc

2. **Algoritmusok ütemezési feladatokra**

Témavezető: Jordán Tibor

A szakdolgozó feladata az ütemezésmélet egy kiválasztott probléma csoportjával kapcsolatos algoritmikus eredmények feldolgozása, rendszerezése, egységes formában való bemutatása.

Jordán Tibor: Ütemezés, elektronikus jegyzet, ELTE

Ajánlott szakok: BSc

3. **Gráfok és szerkezetek merevségének kombinatorikus vizsgálata**

Témavezető: Jordán Tibor

Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek geometriai, algebrai es kombinatorikus módszerekkel vizsgálhatók, másrészt az eredmények számos, látszólag távoli területen alkalmazhatók (pl. molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, kinyitható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: matroidok a diszkrét geometriában, a kombinatorikus merevség alkalmazási területei, globálisan merev gráfok és szerkezetek jellemzése, tensegrity szerkezetek, poliéderek merevségének vizsgálata, algebrai módszerek a merevségelméletben, kombinatorikus algoritmusok és előállítási tételek merev gráfok osztályaira.

Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid, Rendszeroptimalizálás, Typotex, 2004.
Frank András, Jordán Tibor, Diszkrét optimalizálás, Typotex, 2014.

Ajánlott szakok: BSc, MSc

4. Közlekedési játékok (Ez a téma már foglalt.)

Témavezető: Király Tamás

A hallgató feladata a közlekedési játékok, beleértve az időfüggő közlekedési játékok különböző modelljeinek feldolgozása.

T. Roughgarden, Selfish Routing and the Price of Anarchy (Survey), <https://timroughgarden.org/papers/optima.pdf> N. Bertrand et al., Dynamic network congestion games, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2009.13632>

Ajánlott szakok: alkalmazott matematika BSc

5. A színes Carathéodory tétel

Témavezető: Király Tamás

Bárány Imre bizonyította be a Carathéodory tétel következő “színes” változatát: ha adott \mathbb{R}^d -ben $d + 1$ olyan ponthalmaz aminek a konvex burka tartalmazza 0-t, akkor kiválasztható mindegyikből egy pont úgy, hogy a kiválasztott pontok konvex burkában is benne van 0. A hallgató feladata a tétellel és az algoritmikus vonatkozásaival kapcsolatos irodalom feldolgozása, MSc szakdolgozó esetén önálló kutatás a témában.

Wolfgang Mulzer, Yannik Stein, Computational Aspects of the Colorful Caratheodory Theorem, <http://arxiv.org/abs/1412.3347> Imre Bárány and Shmuel Onn, Colourful Linear Programming and Its Relatives, <https://ie.technion.ac.il/~onn/Selected/MOR97.pdf> J. de Lorea et al., The discrete yet ubiquitous theorems of Carathéodory, Helly, Sperner, Tucker, and Tverberg, <https://arxiv.org/abs/1706.05975>

Ajánlott szakok: BSc, MSc, mat, alk mat

6. Robusztus és kétszintű optimalizálás (Ez a téma már foglalt.)

Témavezető: Kis Tamás

A szakdolgozat célja a robusztus és a kétszintű optimalizálási modellek kombinálása, valamint egy feladatosztályon robusztus kétszintű modell, valamint megoldási módszer kidolgozása, implementálása és tesztelése.

Ajánlott szakok: MSc alkalmazott matematikus és matematikus

7. Compact representations of rooted trees (Ez a téma már foglalt.)

Témavezető: Madarasi Péter

alkalmazott matematikus és matematikus

Ajánlott szakok:

8. **Approximation algorithms for the traveling salesman problem** (Ez a téma már foglalt.)

Témavezető: Pap Gyula

We overview approximation algorithms and theory for certain special cases of the traveling salesman problem, including the following: 1-2-TSP is the case when the weight of every edge is equal to 1 or 2 - for this there is an $8/7$ -approximation. We may consider the graphic TSP with the assumption that the input graph is cubic or subcubic. A related problem concerns 2-factors in cubic graphs, for which an interesting, recent result shows that a 3-regular bridgeless graph always contains a 2-factor that covers every 3-cut and every 4-cut. This result has several implications on the traveling salesman problem. We consider special cases including the 1-2-TSP, and cubic graphic TSP, and also related problems like the pebble game, vehicle routing, and the price collecting TSP.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus

9. **A Steiner-fa feladat és alkalmazása a VLSI-designban** (Ez a téma már foglalt.)

Témavezető: Pap Gyula

A Steiner-fa feladat az egyik híres NP-nehéz gráfoptimalizálási feladat, melynek számos variációjára ismert jó approximációs algoritmus. A probléma alkalmazható áramkörök tervezésére, ahol egyes áramkörü komponenseket összekötő huzalokat kívánunk elhelyezni egy adott területen. A szakdolgozatban az eredményeket, és azok alkalmazásait tekintjük át.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus

10. **Column generation approach for vehicle routing problem** (Ez a téma már foglalt.)

Témavezető: Szabó Eszter

Ajánlott szakok: MSc

11. Trópusi lineáris programozás és alkalmazásai (Ez a téma már foglalt.)

Témavezető: Tóthmérész Lilla

A trópusi lineáris programozási feladat a klasszikus lineáris programozási feladat analógja a $(\max, +)$ féltest felett. Ezen a nyelven természetes módon lehet például ütemezéselméleti feladatokat modellezni. A szakdolgozó feladata a téma alapvető eredményeit feldolgozni a szakirodalom alapján, valamint potenciálisan algoritmusok implementálása vagy nyitott kérdések vizsgálata.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus

12. Háromszögelő feszítő fák

Témavezető: Tóthmérész Lilla

Alexander Postnikov-nak van egy nagyon meglepő tétele. Ez úgy szól, hogy ha veszünk egy $G = (S, T, E)$ páros gráfot, és megnézzük hogy a feszítőfák hány féle fokszámsorozatot tudnak megvalósítani az S halmazon, és hányat a T -n, akkor ezeknek a száma mindig egyenlő. Vegyük például a $K_{4,2}$ teljes páros gráfot. Itt a 2 pontú osztályon a $(4,1);(3,2);(2,3);(1,4)$ fokszámsorozatok valósíthatók meg (a $(4,1)$ és az $(1,4)$ négyféleképpen, a másik kettő pedig 12-féleképpen), a 4 pontú osztályon pedig a $(2,1,1,1);(1,2,1,1);(1,1,2,1);(1,1,1,2)$ fokszámsorozatok (mindegyik 8-féleképpen). Látjuk, hogy mindkét esetben 4 lehetséges fokszámsorozat van, de egyáltalán nem világos hogy mi ennek az oka, vagy hogyan lehetne őket bijekcióba rakni. Postnikov egy nagyon szép geometriai bizonyítást adott erre az eredményre. Megmutatta hogy a gráfhoz hozzá lehet rendelni egy politópot, aminek a csúcsai a gráf éleinek felelnek meg, és néhány csúcs pontosan akkor határoz meg maximális dimenziós szimplexet, ha a megfelelő részgráf egy feszítő-fa. Majd megmutatta, hogy ha a politópot belsőleg diszjunkt szimplexekre bontjuk, akkor a szimplexeknek megfelelő feszítő-fa halmaz bijekciót ad az S -en és a T -n megvalósítható fokszámsorozatok között. Az ilyen feszítő-fa halmazokat nevezzük háromszögelőnek. Ezekről ismert néhány további érdekes tulajdonság is, és van néhány érdekes példa is háromszögelő fa-halmazokra. A cél további jellemzések, érdekes példák és alkalmazások keresése háromszögelő fa-halmazokra.

Postnikov, Alexander. Permutohedra, associahedra, and beyond. *Int. Math. Res. Not. IMRN* 2009, no. 6, 1026–1106.

Ajánlott szakok: alkalmazott matematikus és matematikus