

Az Operációkutatási Tanszék szakdolgozat témái

2013. október

tanszéki honlap: <http://www.cs.elte.hu/opres/>

1. Bsc szakdolgozati témák

1. ERŐS ÉLSZÍNEZÉSEK VIZSGÁLATA (BSc)

Témavezető: Bérczi Kristóf

Téma rövid leírása: Egy $G=(V,E)$ gráfot erősen k -élszínezhetőnek nevezünk, ha az élek megszínezhetőek k színnel úgy, hogy ha két él ugyanolyan színű, akkor azon túl, hogy nincs közös végpontjuk, olyan él sem létezik, mely a két él egy-egy végpontja között megy. A fogalmat Fouquet és Jolivet vezette be rádiófrekvenciák konfliktusmentes kiosztása kapcsán.

Hasonlóan az él-kromatikus számhoz definiálhatjuk az erős él-kromatikus számot, mely tehát a legkisebb olyan k érték, melyre a gráfnak létezik erős k -élszínezése. Erdős és Nešetřil 1985-ben felső korlátot adott ezen k értékére a maximális fokszám függvényében, és úgy sejtették, hogy ez a lehető legjobb korlát. Azóta több sejtés is született (pl. páros gráfokra, szubkubikus síkgráfokra) az erős él-kromatikus szám felső korlátjára. A probléma azért érdekes, mert Vizing tételének egy erős él-színezésekre vonatkozó analogonját kapnánk.

A szakdolgozó feladata az erős él-kromatikus számhoz kapcsolódó eredmények áttekintése, a nyitott kérdések összegyűjtése és esetleges vizsgálata.

2. KÖZÉPISKOLAI VERSENYFELADATOK VIZSGÁLATA (BSc)

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása: A szakdolgozó feladata középiskolai matematika és informatika versenyek feladataiból kiválogatni azokat, amelyekben diszkrét optimalizálás van a háttérben (gráfok, részbenrendezett halmazok, intervallum rendszerek, stb) és megvizsgálni, hogy a kihozott feladatok milyen általánosabb környezetben érvényesek. Például egy ősi Kürschák feladat annak bizonyítását kéri, hogy ha egy könyvtárban egy nap bármely két látogató találkozik, akkor van olyan időpillanat, amikor mindenki ott van (feltéve, hogy minden látogató aznap csak egyszer megy). Itt arról van szó, hogy ha egy út részútjai páronként metszők, akkor van közös pontjuk. Ez általánosabban is igaz: ha egy fa bizonyos részfainak páronként van közös csúcsa, akkor az összesnek van közös csúcsuk. (Ez a Helly tulajdonság.)

3. ALGORITMUSOK MINIMÁLIS ÁTLAGÚ KÖRÖK KERESÉSÉRE (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Jüttner Alpár

Téma rövid leírása: Bizonyos minimális költségű áram algoritmusok részfeladatként igénylik minimális átlagú körök keresését; futásidejük lényegében ez utóbbi feladatra adott algoritmus hatékonyságától függ. Ennek megfelelően számos algoritmus ismert minimális átlagú körök keresésére. A szakdolgozó feladata az irodalomban megtalálható fontosabb algoritmusok ismertetése, elméleti és gyakorlati futásidejük összehasonlítása.

4. TÖRT-OPTIMALIZÁLÁSI FELADATOK (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Jüttner Alpár

Téma rövid leírása: Tört-optimalizálási feladat alatt olyan (kombinatorikus) optimalizálási problémákat értünk, ahol a célfüggvény $f(x)/g(x)$ alakú ($f(x)$ és $g(x)$ lineáris függvények). Ez a feladatosztály fontos szerepet játszik például ütemezési feladatok megoldásában. Az ismert kombinatorikus megoldások gyakran izgalmas újszerű ötleteken alapulnak. A szakdolgozó feladata az irodalomban megtalálható általános és feladatspecifikus tört-optimalizálási eljárások ismertetése.

5. **NAGY BONYOLULTSÁGÚ HÁLÓZATOK HUZALOZÁSA** (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Kaszanitzky Viktória

Téma rövid leírása: Adott egy áramköri lap, melynek szélein kimenetek (ún. terminálok) találhatóak. Ezeknek bizonyos csoportjait szeretnénk összekötni a lapon belül maradv huzalok felhasználásával úgy, hogy a különböző csoportokhoz tartozó huzalok ne érintsék egymást. Ez egy síkban általában lehetetlen. Ezért több réteget is használhatunk, az egyes rétegek között furatokon vezethetjük át a huzalokat. Célunk lehet pl. a felhasznált rétegek számának, vagy ha nincs előre megadva, a lap szélességének minimalizálása. A felvetődő kérdések között akad, amelyre tudunk hatékony algoritmust, mely megad egy optimális huzalozást, bizonyos problémára ismert közelítő algoritmus. Számos olyan feladat is van, melynek megoldhatóságának eldöntése NP-nehéz. Természetesen a nyitott kérdések listája is hosszú. A szakdolgozó feladata a témakör néhány új eredményének áttekintése, ezek feldolgozása.

6. **SZAVAZÁSI ÉS RANGSOROLÁSI MECHANIZMUSOK** (BSc, elemző, alkalmazott matematikus)

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: Egyéni értékelések vagy rangsorok összesítésére számos területen szükség van, a választásoktól kezdve a felvételikén át a sportteljesítmények rangsorolásáig. Minden alkalmazott módszernél felmerül az igazságosság, hatékonyság és manipulálhatóság kérdése. Bár ezeknek a fogalmaknak fontos a társadalomtudományi vetülete, megfelelő definíciók mellett tisztán matematikai kérdésként is vizsgálhatók. A hallgató feladata áttekintést nyújtani a szavazás matematikai elméletéről, különös tekintettel a számítógépes szavazásnál felmerülő kihívásokra.

7. **GOMORY-FÉLE VÁGÁSOK** (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: Ralph E. Gomory 50 évvel ezelőtt dolgozta ki vágósíkos algoritmusát egészértékű és vegyes programozási feladatok megoldására. Bár az algoritmus elméleti fontosságát mindenki elismerte, sokáig nem tartották alkalmasnak nagyméretű feladatok megoldására. Az utóbbi időben azonban több kutató arra a következtetésre jutott, hogy kisebb módosításokkal a Gomory-féle vegyes vágások

hatékonyan használhatók. A hallgató feladata a Gomory-féle vágásokkal való megismerkedés, a különböző változatok elméleti és számítógépes összehasonlítása.

Szakirodalom:

Nemhauser, Wolsey, Integer programming and combinatorial optimization, II.1

Dash, Günlük, On the strength of Gomory mixed-integer cuts as group cuts,
<http://dx.doi.org/10.1007/s10107-007-0179-4>

Michael Russell, Cutting Planes for Mixed Integer Programming,
<http://www.math.uwaterloo.ca/co/graduate-students/files/mmath/Michael-R.pdf>

8. **LINEÁRIS PROGRAMOZÁS PIVOT ALGORITMUSAI (BSc)**

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása:

9. **LINEÁRIS FELTÉTELES KONVEX KVADRATIKUS CÉLFÜGGVÉNYES OPTIMALIZÁLÁSI FELADATOK PIVOT ALGORITMUSAI (BSc)**

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása:

10. **LINEÁRIS KOMPLEMENTARITÁSI FELADATOK PIVOT ALGORITMUSAI (BSc)**

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása:

11. **FARKAS GYULA ÉS HAÁR ALFRÉD LINEÁRIS ALTERNATÍVA TÉTELEI ÉS ALKALMAZÁSAIK (BSc)**

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása:

12. **KONSTRUKTÍV KARAKTERIZÁCIÓK ALKALMAZÁSA A HÁLÓZATÉPÍTÉSBEN (BSc)**

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Kovács Erika

Téma rövid leírása:

13. **DISZTRIBUTÍV ALGORITMUSOK DINAMIKUS HÁLÓZATOKBAN (BSc)**

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Kovács Erika

Téma rövid leírása:

14. **ON-LINE ALGORITMUSOK ÁRVERÉSI FELADATOKBAN (BSc)**

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Kovács Erika

Téma rövid leírása:

15. **KORLÁTOK ESEMÉNYEK UNIÓJA VALÓSZÍ NŰSÉGÉRE** (BSc, matematikus, alkalmazott matematikus, elemző)

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Téma rövid leírása: Legyenek A_1, A_2, \dots, A_n tetszőleges események. Uniójuk valószínűsége a Poincaré (vagy szita) formula szerint:

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = S_1 - S_2 + S_3 - \dots + (-1)^{n-1} S_n,$$

ahol a k -adik binomiális momentum:

$$S_k = \sum_{0 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}).$$

A gyakorlatban általában csak legfeljebb m tagú metszetek valószínűségei ismertek, ahol $m \ll n$. Ilyenkor már csak becsülni tudjuk az unió valószínűségét. A legismertebb becslés a Bonferroni-egyenlőtlenség:

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq S_1 - S_2 + S_3 - \dots + (-1)^{m-1} S_m, \quad \text{ha } m \text{ páratlan,}$$

illetve ugyanez \geq relációs jellel, ha m páros. Természetesen ennél sokkal jobb becslések is adhatóak, ezeket tekintenénk át. A módszerek egy része gráfelméleti eszközöket használ, a másik része lineáris programozási módszertant.

16. **TETSZŐLEGES METRIKA KÖZELÍTÉSE FAMETRIKÁK ÁTLAGÁVAL** (BSc)

Témavezető: Pap Gyula

Téma rövid leírása: Az első érdekes eredmény a témában Bartaltól származik, miszerint n ponton megadott tetszőleges metrika közelíthető fametrikák lineáris kombinációjával, $O(\log n \log \log n)$ -faktor pontossággal. Fakcharoenphol, Rao, Talwar ezt $O(\log n)$ -faktorra javította. Az is kimutatható, hogy a közelítésben szereplő fametrikák száma akár $O(n \log n)$ alá is vihető. Az eredménynek számos alkalmazása van, mert így egy tetszőleges metrikáról fametrikára vezethetjük vissza a feladatot, melyre adott esetben optimálisan is megoldható a feladat, s így az eredeti metrikára egy közelítő algoritmust kaphatunk. A hallgató feladata a fametrika beágyazási algoritmus(ok) feldolgozása, és alkalmazás(ok) bemutatása.

17. **BEVEZETÉS A DISZKRÉT LOGARITMUS ALAPÚ KRIPTOGRÁFIAI RENDSZEREKBE** (BSc)

Témavezető: Villányi Viktória

Téma rövid leírása: A szakdolgozó feladata a diszkrét logaritmus alapú kriptográfiai rendszerek bemutatása, elemzése, és a napjainkban használt alkalmazásaikra (titkosítás, a digitális aláírás) példák gyűjtése lenne.

2. Bsc vagy Msc szakdolgozati témák

1. ANTIMAGIC CÍMKÉZÉSEK (BSc vagy MSc)

Témavezető: Bérczi Kristóf

Téma rövid leírása: Ha adott egy $G=(V,E)$ gráf, melyre $|E|=m$, akkor az élek egy számozását 1-től m -ig magic-nek nevezzük, ha minden pontra ugyanannyi a rá illeszkedő élekre írt számok összege. Ezzel bizonyos értelemben ellentétes fogalmat kapunk, ha azt követeljük meg, hogy ez az érték minden csúcsra más és más legyen. Ez esetben antimagic címkézéstről beszélünk, és a gráfot antimagic gráfnak hívjuk, ha az említett tulajdonságú címkézés létezik (a két fogalom nem zárja ki egymást, egy gráf lehet egyszerre magic és antimagic is).

Az antimagic címkézések fogalmát Ringel vezette be 1990-ben, és úgy sejtette, hogy az egyetlen élből álló gráftól eltekintve minden összefüggő gráfnak létezik antimagic címkézése. A sejtés azóta is nyitott, a legnagyobb előrelépést Alonék eredménye jelenti, mely szerint létezik olyan c konstans, hogy ha egy n pontú gráfban a minimális fokszám $c \log n$, akkor a gráf antimagic. Rengeteg eredmény született, melyek egy-egy speciális gráfosztályra igazolják a sejtést, azonban -meglepő módon- még fákra sem ismert bizonyítás.

A szakdolgozat témája a magic és antimagic címkézésekhez kapcsolódó eredmények áttekintése, és a sejtés vizsgálata, elsősorban fák esetére.

2. MINIMÁLIS ÁTLAGKÖRT ÉS MINIMÁLIS ÁTLAGVÁGÁST HASZNÁLÓ ERŐSEN POLINOMIÁLIS ALGORITMUSOK (BSc vagy MSc)

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása:

3. GRÁFOK ÉS SZERKEZETEK MEREVSÉGÉNEK KOMBINATORIKUS VIZSGÁLATA (BSc vagy MSc)

Témavezető: Jordán Tibor

Téma rövid leírása: Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek egy része kombinatorikus (gráf- és matroidelméleti) módszerekkel vizsgálható, másrészt számos meglepő alkalmazási területen felbukkannak (molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, mozgatható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb.).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához is.

4. SENZORHÁLÓZATOK ALGORITMIKUS PROBLÉMÁI (BSc vagy MSc)

Témavezető: Jordán Tibor

Téma rövid leírása: A drótnélküli szenzorhálózatok sok apró műszerből állnak, melyek rádiójelekkel tudnak kommunikálni egymással (például az egymás közti távolságot is meg tudják mérni, ha elég közel vannak) és általában adatokat gyűjtenek,

melyeket szinten rádiójelekkel továbbítanak. Egy hálózat működtetése során számos algoritmikus és optimalizációs kérdést kell kezelni. Ezek egyike a lokalizáció: néhány páronkénti távolságból kell kiszámolni a szenzorok pontos helyet.

A szakdolgozó feladata ilyen jellegű kérdések, elsősorban a lokalizációs feladat vizsgálata, az eredmények és algoritmusok áttekintése, egységes keretbe foglalása, a nyitott kérdések vizsgálata.

5. **MENETREND TERVEZÉSI PROBLÉMÁK** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Kis Tamás, tamas.kis@sztaki.hu

Téma rövid leírása: A menetrend készítés fontos problémakör a tömegközlekedésben. A szakdolgozat célja a menetrend készítés modellek és módszerek áttekintése, és egy kiválasztott területen egy megoldás kidolgozása, implementálása és tesztelése.

Szakirodalom:

Alberto Caprara, Michele Monaci, Paolo Toth, Pier Luigi Guida, A Lagrangian heuristic algorithm for a real-world train timetabling problem, *Discrete Applied Mathematics*, 154 (2006) 738-753. Alberto Caprara, Matteo Fischett, Paolo Toth, Modeling and Solving the Train Timetabling Problem, *Operations Research*, 50 (2002) 851-861.

6. **DISZKRÉT CSEBISEV-TIPUSÚ EGYENLŐTLENSÉGEK** (BSc vagy MSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Téma rövid leírása: Legyen ξ egy nemnegatív v valószínűségi változó. Keressük a $P(\xi \geq a)$ valószínűséget. Ha csak a $\mu = E(\xi)$ várható érték ismert, akkor a Markov egyenlőtlenség segítségével felső korlátot adhatunk. Hasonlóan, ha ismert $\sigma^2 = E(\xi^2) - E^2(\xi)$ (vagy ezzel ekvivalens módon $\mu_2 = E(\xi^2)$), akkor a Csebisev egyenlőtlenség ad felső becslést. Tegyük most fel, hogy ξ diszkrét, véges tartójú valószínűségi változó, tartója legyen $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_n\}$. Tegyük fel, hogy $z_0 < z_1 < \dots < z_{r-1} < a \leq z_r < \dots < z_n$. Ekkor az alábbi LP feladat megoldása megadja a $P(\xi \geq a)$ valószínűség legjobb alsó és felső korlátját:

$$\begin{array}{ll} \min(\max) & p_r + \dots + p_n \\ \text{subject to} & \\ & p_0 + p_1 + \dots + p_n = 1 \\ & z_0 p_0 + z_1 p_1 + \dots + z_n p_n = \mu \\ & z_0^2 p_0 + z_1^2 p_1 + \dots + z_n^2 p_n = \mu_2 \\ & p_0, p_1, \dots, p_n \geq 0, \end{array}$$

Ezen a gondolatmeneten elindulva további algoritmikus ill. képletszerű korlátok adhatóak. A feladat az ezzel kapcsolatos irodalom áttekintése, esetleg valamely algoritmus numerikus implementálása.

7. **MEGRENDELÉSEK LEMONDÁSÁNAK ELŐREJELZÉSE AZ IBM VÁCI NAGYKAPACITÁSÚ HÁTTÉRTÁR GYÁRÁBAN** (BSc vagy MSc)

Témavezető: Szabó Jácint, (IBM Research Lab, Zürich, +41-44-7248872, jsz@zurich.ibm.com) és Jüttner Alpár, (ELTE TTK, operációkutatási TSz alpar@cs.elte.hu)

Téma rövid leírása: Az IBM DS8000-es nagy kapacitású és nagy biztonságú háttértár egységeit a világon egyetlen helyen, az IBM váci gyárában gyártják. A megrendelés és a gyártás negyedéves ciklusokban történik oly módon, hogy az üzletmenet sajátosságából kifolyólag minden a negyedév során megrendelt háttértár konfigurációt a negyedév végéig le kell szállítani. Egy konfiguráció összeszerelése és tesztelése időigényes folyamat. Mivel a rendelések többsége a negyedév végén érkezik, az erre való felkészülésként már a negyedév elején, a pontos megrendelések ismerete nélkül elkezdnek a gyárban konfigurációkat összeszerelni és tesztelni. A negyedév végén beérkező megrendeléseket aztán ezen előre elkészített konfigurációk átkonfigurálásával elégítik ki, amely folyamat lényegesen rövidebb egy új konfiguráció összeszerelési és tesztelési idejénél.

További jellegzetesség, hogy a megrendelések jelentős részét időközben a megrendelők visszavonják. Amennyiben a gyárban nagyjából meg tudnák mondani, hogy mely megrendelés lesz visszavonva, akkor a negyedév végi roham idején a biztosabbnak ígérkező megrendelésekre fókuszálhatnának.

A fentiek alapján a feladat a megrendelések lemondásának minél pontosabb előrejelzése a mesterséges intelligencia eszközeivel, az osztályozókkal. Az osztályozók a meglévő historikus megrendelés adatok alapján megtanulják, hogy adott feature-halmaz (megrendelő cég, megrendelő cég országa, konfiguráció, negyedév végéig hátralévő idő, stb) mellett mennyi a lemondás valószínűsége. Feladat a gyakorlatban használt fontosabb osztályozók (SVM, naív Bayes, döntési fák, neurális hálók, boosting) kipróbálása, ezek minél jobb paraméterezése és kiértékelése. A feladathoz a Weka adatbányász programcsomag használatát ajánljuk.

Szükséges ismeretek: alapvető számítógépes gyakorlat

3. Msc szakdolgozati témák

1. CHIP-FIRING JÁTÉKOK (MSc)

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása: Egy gráfon bizonyos előre megadott elemi műveleteket végezhetünk egymás után: döntsük el, hogy az eljárás véges sok lépés után bizonyosan véget ér-e. Például, az elemi művelet az, hogy egy digráfban egy egyirányú vágást teljesen megfordítunk. Egy másik példában a gráf minden csúcsában adott néhány dollár, egy elemi lépés abból áll, hogy egy csúcsból minden szomszédjába küldünk egy-egy dollárt, feltéve, hogy a csúcs foka legfeljebb annyi, mint a csúcsban lévő dollár mennyisége. Számos esetben kiderül, hogy ha az eljárás véges, akkor a végül kapott konfiguráció nem függ a közbenső lépésektől.

A szakdolgozónak a kérdéskör gazdag irodalmát kéne feldolgozni és lehetőség szerint feltárni a kapcsolatot a gráf különféle paramétereivel.

2. DISZJUNKT UTAK (MSc)

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása:

A két diszjunkt út problémája: az idevonatkozó alaptétel Seymourtól és Thomastól származó bizonyításait kéne áttekinteni és lehetőség szerint egyszerűsíteni. Diszjunkt homotóp utak síkgráfban: síkgráfban adott néhány akadály, és úgy kell diszjunkt utakat keresni, hogy előre adott az utak topológiája, vagyis, hogy merről kerüljék el az akadályokat. Meglepő módon a problémára nagyon szép jellemzések születtek, ezen eredményeket kéne feldolgozni. Kawarabayashi új eredményei 4-élosszfuggó gráfban: A k elidegen út probléma fix k -ra ugyan polinomiális, de a megoldás rendkívül bonyolult. Kiderült azonban, hogy a 4 élösszefüggő esetben a feladat kezelése jóval természetesebbé válik. A szakdolgozó feladata az ilyen irányú legfrissebb eredmények feldolgozása.

3. INVERZ KOMBINATORIKUS OPTIMALIZÁLÁSI PROBLÉMÁK (MSc)

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása: Kiindulás: Inverse Combinatorial Optimization: A Survey on Problems, Methods, and Results, Clemens Heuberger, Journal of Combinatorial Optimization. Az interneten fent van.

4. POLIÉDERES LEÍRÁSOK RÖGZÍTETT MÉRET ESETÉN (MSc)

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása: A poliéderes kombinatorika alapkérdése, hogy megadott kombinatorikus objektumok (például egy gráf párosításai) incidencia vektorainak konvex burkát miként lehet poliéderként, azaz lineáris egyenlőtlenségekkel (más szóval feltérek metszeteként) leírni. Ilyenkor ugyanis a lineáris programozás dualitás tétele min-max tételt szolgáltat. A legutóbbi időkben érdekes eredmények születtek olyan esetekre, amikor meg van adva, hogy a szóban forgó objektumok hány eleműek lehetnek. Például, hogyan lehet leírni a 2, 5 és 9 élből álló párosítások konvex burkát. A szakdolgozónak az ilyen irányú eredményeket kéne feltérképezni és lehetőség szerint rokon feladatokra is megvizsgálni a kiterjesztés lehetőségét.

5. ÉRTÉKELT MATROID METSZET ÉS ALKALMAZÁSAI (MSc)

Témavezető: Frank András

Téma rövid leírása: A súlyozott matroid metszet algoritmus számos helyen nélkülözhetetlen eszköz. Murota ezt általánosította ún. értékelt matroidokra. Az algoritmust és a háttérben lévő elméletet kéne részleteiben feldolgozni, valamint áttekinteni azokat a (meglévő és remélhetőleg újonan talált) alkalmazásokat, ahol ez a model segít.

6. GRÁFOK ÉS SZERKEZETEK MEREVSÉGÉNEK KOMBINATORIKUS VIZSGÁLATA (MSc)

Témavezető: Jordán Tibor

Téma rövid leírása: Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek egy része kombinatorikus (gráf- és matroidelméleti) módszerekkel vizsgálható, másrészt számos meglepő alkalmazási területen felbukkannak (molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, mozgatható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb.).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához is.

7. **SENZORHÁLÓZATOK ALGORITMIKUS PROBLÉMÁI (MSc)**

Témavezető: Jordán Tibor

Téma rövid leírása: A drótnélküli szenzorhálózatok sok apró műszerből állnak, melyek rádiójelekkel tudnak kommunikálni egymással (például az egymás közti távolságot is meg tudják mérni, ha elég közel vannak) és általában adatokat gyűjtenek, melyeket szinten rádiójelekkel továbbítanak. Egy hálózat működtetése során számos algoritmikus és optimalizációs kérdést kell kezelni. Ezek egyike a lokalizáció: néhány páronkénti távolságból kell kiszámolni a szenzorok pontos helyét.

A szakdolgozó feladata ilyen jellegű kérdések, elsősorban a lokalizációs feladat vizsgálata, az eredmények és algoritmusok áttekintése, egységes keretbe foglalása, a nyitott kérdések vizsgálata.

8. **ONLINE ALGORITMUSOK KOMBINATORIKUS OPTIMALIZÁLÁSI FELADATOKRA (MSc, alkalmazott matematikus)**

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: A kombinatorikus optimalizálás olyan feladatokkal foglalkozik, ahol valamilyen kombinatorikus struktúraként leírható megoldáshalmazból (például egy hálózat útvonalai, tárgyak lehetséges sorrendjei, stb.) kell az optimálisat vagy közel optimálisat kiválasztani. Alkalmazásoknál gyakran előfordul, hogy a struktúra nem előre adott, hanem csak lépésenként, menet közben ismerjük meg – ilyenkor beszélünk online feladatról. A szakdolgozó feladata hálózattervezési és ütemezési online feladatok megoldására szolgáló algoritmusok feldolgozása és továbbfejlesztése.

9. **MULTI-VÁGÁSOK HIPERGRÁFOKBAN (MSc, matematikus, alkalmazott matematikus)**

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: A hipergráf k -vágás feladatban a hipergráf csúcshalmazát k nemüres részre akarjuk particionálni úgy, hogy a köztes hiperélek száma (súlyozott esetben össz-súly) minimális legyen. Fix k esetén Fukunaga dolgozott ki algoritmust erre a feladatra, azonban algoritmusának futási ideje nagyon gyorsan nő k -val. Kérdés, hogy lehet-e ennél hatékonyabb algoritmust találni, esetleg egy gyors közelítő algoritmust Chekuri és Ene eredményeinek a felhasználásával.

Szakirodalom:

http://lemon.cs.elte.hu/egres/open/Minimum_k-way_cut_in_a_hypergraph

Chandra Chekuri, Alina Ene, Submodular Cost Allocation Problem and Applications, <http://arxiv.org/abs/1105.2040>

Chandra Chekuri, Alina Ene, Approximation Algorithms for Submodular Multiway Partition, <http://arxiv.org/abs/1105.2048>

Takuro Fukunaga, Computing Minimum Multiway Cuts in Hypergraphs from Hypertree Packings,

<http://www-or.amp.i.kyoto-u.ac.jp/members/takuro/papers/2009-016.pdf>

10. **GRÁFOK ÉS HIPERGRÁFOK FELBONTÁSA ERDŐKRE ÉS KORLÁTOS FOKÚ (HIPER)GRÁFOKRA** (MSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Király Tamás

Téma rövid leírása: Nash-Williams tétele szerint egy gráf élhalmaza pontosan akkor fedhető le k erdővel, ha erdő-sűrűsége legfeljebb k . Az erdő-sűrűség tört értéket is felvehet, és kérdés, mit lehet mondani olyan gráfokról, amiknek az erdő-sűrűsége csak picivel több mint k . Egy friss sejtés szerint ilyenkor majdnem le lehet fedni k erdővel olyan értelemben, hogy a kimaradó rész egy kis maximális foksámú erdő. Számos részeredmény ismert, de a teljes sejtés továbbra is nyitott, és az is kérdés, hogy az eredmények kiterjeszthetők-e hipergráfokra.

Szakirodalom:

http://lemon.cs.elte.hu/egres/open/Decomposition_into_forests_and_a_bounded-degree_subgraph

11. **VILLAMOS ENERGIA BESZERZÉS OPTIMALIZÁCIÓJA CVAR MÓDSZERTANNAL** (MSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Téma rövid leírása: Rendelkezésünkre állnak az alábbi előrejelzések egy adott időszakra:

- a fogyasztási igények,
- jelen és jövőbeli beszerzési árak.

Mivel a fenti előrejelzések bizonytalanok, így az adott időszak beszerzési tervét érdemes a költség conditional Value at Risk értékének minimalizálásával elkészíteni.

A kapott feladat megoldására két utat érdemes megpróbálni:

- a feladatot átkonvertálni egy nagyméretű LP feladattá és ezt megoldani
- közvetlenül megoldani a feladatot valamilyen vonalmenti keresési technikával.

A szakdolgozatnak szerves része, mindkét megoldási technika implementációja és azok performanciájának összehasonlítása.

Szakirodalom:

<http://www.pacca.info/public/files/docs/public/finance/Active%20Risk%20Management/Uryasev/>

12. **VILLAMOS ENERGIA KERESKEDÉSI AUKCIÓK** (MSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Téma rövid leírása: Az EU tagállamai többségében mind a villamos energiával, mind a határ keresztező kapacitásokkal olyan aukciókon kereskednek, ahol az árat és a kiosztott mennyiséget egy egészértékű kvadratikus programozási feladat, illetve egy lineáris programozási feladat megoldásaként kapják.

A szakdolgozat célja az aukciós szabályok és tulajdonságaik bemutatása mellett, az aukciót szimuláló program készítése és ennek segítségével az aukciós mechanizmus mélyebb megismerése.

Szakirodalom:

http://rutcor.rutgers.edu/pub/rrr/reports2012/08_2012.pdf

http://www.apxindex.com/uploads/Corporate_Files/CWE/COSMOS_public_description.pdf

13. **ERŐMŰ ÜTEMEZÉSI FELADATOK** (MSc, matematikus, alkalmazott matematikus)

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

Téma rövid leírása: Az erőművi blokkokat a villamosenergia igény változásának függvényében minden egyes (negyed)óránként másképp terhelik. Egy blokk ki- és bekapcsolása külön költséggel jár, és eltart bizonyos ideig. Az optimális terhelési stratégia megtalálására egy (kvadratikus) egészértékű programozási feladat írható fel. Ennek megoldása speciális technikákat (Lagrange relaxáció, oszlop generálás) igényel.

A szakdolgozat célja a modell bemutatásán túl, egy hatékony megoldó algoritmus kidolgozása, implementálása és tesztelése.

Szakirodalom:

<http://ntur.lib.ntu.edu.tw/bitstream/246246/151791/1/25.pdf>

14. **KÖZELÍTŐ ALGORITMUSOK AZ ASZIMMETRIKUS UTAZÓÜGYNÖK FELADATRA** (MSc)

Témavezető: Pap Gyula

Téma rövid leírása: Az aszimmetrikus utazóügynök feladatban egy ponthalmazon adott egy irányított távolságfüggvény, mely kielégíti az irányított háromszögegyenlőtlenséget, és keresendő egy legrövidebb Hamilton-kör. A szimmetrikus esetből jól ismert Christofides-algoritmus sajnos nem ismert, sőt, máig nyitott kérdés egy konstans-approximációs algoritmus létezése. Sokáig csak $O(\log n)$ -approximáció volt ismert, melyet két különböző módszerrel is el lehet érni. Újabban ezt megjavították $O(\log n / \log \log n)$ -re. Ismertek továbbá speciális esetek, amikor a feladat mégis megoldható konstans közelítéssel. A feladat a létező algoritmusok feldolgozása, új megközelítések keresése, továbbá érdekes példák, gráfosztályok keresése, ahol az adott algoritmus rosszul teljesít.

15. **ÁLTALÁNOSÍTOTT KONVEX OPTIMALIZÁLÁS ALTERNATÍVA ÉS DUALITÁS TÉTELEI**
()

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása:

16. **BELSŐPONTOS MÓDSZEREK ERŐSEN POLINOMIÁLIS KERÉKÍTŐ ELJÁRÁSAI** ()

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása:

17. **ÁLTALÁNOS LINEÁRIS KOMPLEMENTARITÁSI FELADATOK MEGOLDÁSÁRÓL** ()

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása:

18. **INFIZIBILIS BELSŐPONTOS MÓDSZEREK LINEÁRIS PROGRAMOZÁSI ÉS LINEÁRIS KOMPLEMENTARITÁSI FELADATOKRA** (MSc)

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása: A belsőpontos módszerek egyik fontos eleme az induló belsőpont megadása. Többfajta technika ismeretes induló ponttal rendelkező feladatok előállítására tetszőleges primál- és duál lineáris programozási feladatok esetén. Az egyik lehetséges módszer az ún. infizibilis indítású algoritmusok. Ezeknek több fajtája ismert lineáris programozási feladatokra. A témakör érdekes és lehetséges továbbfejlesztését kínálják az algoritmusok általánosítása és vizsgálata lineáris komplementaritási feladatokra is.

19. **TÖBB CÉLFÜGGVÉNYES OPTIMALIZÁLÁSI FELADATOK: MODELLEK ÉS MEGOLDÁSI MÓDSZEREK** (MSc)

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása: A több célfüggvényes optimalizálási feladatok esetén az optimális megoldás fogalmát felváltja a Pareto-optimális megoldás koncepciója. A Pareto-optimális megoldás rokonságot mutat a játékelméleti Nash-féle egyensúly fogalmával. Hasonlóan ahhoz, ahogyan egy játék összes Nash-féle egyensúly pontját szeretnénk előállítani, a Pareto-optimális megoldás helyett, a teljes Pareto-optimális megoldáshalmazt szeretnénk approximálni. Az elmúlt években néhány olyan módszert fogalmaztak meg, amelyekkel a teljes Pareto-optimális megoldáshalmaz közelítése elvben elvégezhető. Gyakorlatban alkalmazható, hatékonyan számoló algoritmusokból még igen kevés van, de a téma iránt nagy az érdeklődés.

20. **LINEÁRIS PROGRAMOZÁS BÁZIS IDENTIFIKÁCIÓS (CROSS-OVER) MÓDSZEREI** (MSc)

Ez a téma már foglalt.

Témavezető: Illés Tibor

Téma rövid leírása: