

**Az Operációkutatási Tanszék szakdolgozat témái
Matematika BSc**

2010. október

tanszéki honlap: <http://www.cs.elte.hu/opres/>

1. Kombinatorikus optimalizálás szenzorhálózatokon

Témavezető: Jordán Tibor

A téma rövid leírása: Egy szenzorhálózat sok apró érzékelőből áll, melyek egyszerű számítási feladatok elvégzésére képesek, továbbá bizonyos szenzorpárok drótnélküli kapcsolatban állhatnak egymással. Egy ilyen hálózat tervezésekor és működtetésekor számos feladat merülhet fel: a felhasznált energia minimalizálása, hatékony kommunikáció, lokalizáció, optimális hatósugár beállítása, stb. A feladat a szakirodalom feldolgozása, valamint a kombinatorikus feladatok kiszűrése és vizsgálata.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

2. Gráfok összefüggőségi problémái

Témavezető: Jordán Tibor

A téma rövid leírása: A gráfelmélet egyik nagy területe a gráfok és irányított gráfok összefüggőségi tulajdonságainak vizsgálata. Ide tartoznak az összefüggőséget meghatározó algoritmusok, az összefüggőség-növelési feladatok, a minimális súlyú többszörösen összefüggő részgráf problémák, extrémális kérdések, diszjunkt út problémák, stb. A feladat az új eredmények áttekintése, feldolgozása, továbbgondolása.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

3. Ütemezési feladatok

Témavezető: Jordán Tibor

A téma rövid leírása: Az ütemezésméletelemzés válogatott eredményeinek áttekintése. Kombinatorikus módszerek kidolgozása, algoritmusok elemzése és tesztelése.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat., elemző

4. Kétfázisú mohó algoritmusok

Témavezető: Frank András

A téma rövid leírása: Az elmúlt tíz évben megjelent kétfázisú mohó algoritmusok feldolgozása és összehasonlítása.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

5. A diszkrét Nullstellensatz gráfelméleti alkalmazásai

Témavezető: Frank András

A téma rövid leírása: A feladat a szakirodalomból ismert alkalmazások áttekintése és lehetőség szerint direkt algoritmikus bizonyítások kidolgozása.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

6. Minimális vágás kereső algoritmusok összehasonlítása

Témavezető: Király Tamás

A téma rövid leírása: A gráfelmélet egyik alapvető algoritmusaként Nagamochi és Ibaraki max-vissza sorrendre épülő módszere a minimális vágás megtalálására. A közelmúltban Nagamochi kidolgozott egy hasonló, de más sorrendre épülő módszert gráfok és hipergráfok extrém halmazainak felsorolására. A hallgató feladata a két fajta algoritmus összehasonlítása, valamint az extrém halmazokat kereső algoritmus implementálása a LEMON C++ könyvtár segítségével.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

7. Gomory vágások régen és ma

Témavezető: Király Tamás

A téma rövid leírása: Ralph E. Gomory 50 évvel ezelőtt dolgozta ki vágósíkos algoritmusát egészértékű programozási feladatok megoldására. Bár az algoritmus elméleti fontosságát mindenki elismerte, sokáig nem tartották alkalmasnak nagyméretű feladatok megoldására. A kilencvenes években azonban több kutató arra a következtetésre jutott, hogy kisebb módosításokkal, és a Korlátozás és Szétválasztás módszerével kombinálva a Gomory vágások rendkívül hatékonyan használhatók. A hallgató feladata az algoritmus változatainak az összegyűjtése, és a Gomory vágásokkal kapcsolatos újabb eredmények ismertetése a szakdolgozatban.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

8. Az Ostrogorski paradoxon

Témavezető: Fullér Róbert

A téma rövid leírása: Az *Ostrogorski paradoxon* (M. Ostrogorski, *Democracy and the organization of political parties*. Macmillan, London, 1902) egy megoldatlan döntési probléma (J. S. Kelly, *The Ostrogorski paradox*, *Social Choice and Welfare*, 6(1989) 71-76). A probléma lényege az a következő *When voters must choose between two parties holding contrasting positions on a series of issues, one party can win an election by majority rule even if its opponents' positions on every issue are preferred by a majority of the voters*. Azaz lehet úgy választást nyerni, hogy a nyertes a kritériumok többségében vesztes. Ez a paradox tulajdonképpen az Arrow-féle lehetetlenségi tétel következménye. Arrow lehetetlenségi tétele azt mondja ki, hogy csak akkor tud egy demokrácia bizonyos elvárt racionális feltételeknek eleget tenni, ha az a demokrácia diktatúra. **Feladat:** A paradoxonok kiküszöbölésére kidolgozott Copland-, Borda-, Dodgson- és Hare-módszerek ismertetése és elemzése.

Ajánlott szakirányok: elemző, alk. mat.

9. Hitel csere-ügyletek (Credit swaps)

Témavezető: Fullér Róbert

A téma rövid leírása: A *swap contract* vagy egyszerűen csak *swap* magyarul csere-ügyletet jelent. A csereügyletet keretében a két szerződő fél - az *International Swaps and Derivatives Association* által bevezetett és betartatott szabványosított formában - megállapodik abban, hogy előre meghatározott időpontokban a swap szerződés lejáratáig egymásnak bizonyos dolgoktól függő (pld LIBOR, BUBOR, EURIBOR) összegeket fizetnek. Tipikus példa, ha valaki egy lebegő kamatozású dollárban jegyzett adósságát el akarja cserélni egy fix kamatozású euro adósságra, mivel a bevételei euroban keletkeznek és az euro-dollár árfolyamváltozásaiból felépülő kockázatokat le akarja fedezni. Ekkor a swap piacon - egy swap dealeren keresztül - elcseréli ezt a dollárban jegyzett adósságát egy euroban jegyzett fix-kamatozású adósságra (azaz átkonvertálja a dollárban jegyzett adósságát euroban jegyzett adósságra). Ilyenkor a swap dealer is jutalékot kap azért, mert az üzletet összehozta.

Az 1998-ban szabványosított úgynevezett hitel csere-ügyletek (*credit swaps*) keretében az egyik szerződő fél által egy harmadik félnek nyújtott hitelre a másik szerződő fél nemfizetés esetére készpénzfizetői garanciát vállal és ezért cserébe ez a másik fél előre meghatározott időközönként előre meghatározott összegeket kap a hitelnnyújtó féltől. Itt a kérdés az az, hogy mennyi legyen ez az összeg, amit hitelnnyújtó pénzintézet fizessen ezért a védelemért a hitelt biztosító pénzintézetnek. Nyilván ez az összeg attól függ, hogy mennyire kockázatos a nyújtott hitel (azaz a

hitelt felvevő vállalat). Mivel itt általában hosszú lejáratú, részben fedezett és igen nagyösszegű hitelről van szó (azaz milliárdos nagyságrendűről) ezért az adós vállalat kockázata nem egyszerűen mérhető. **Feladat:** Összegegyíteni a különböző típusú hitel csere-ügylet termékek árazási módszereit.

Ajánlott szakirányok: elemző, alk. mat.

10. Hozam menedzselés (Yield management)

Témavezető: Fullér Róbert

A téma rövid leírása: A hozam (vagy bevétel) menedzselés alatt olyan (meghatározott időre szóló) árbevétel maximalizálási stratégiákat értünk, amikor a kiadásaink rögzítettek. A bevétel menedzselés nagyon fontos szerepet játszik a légi, közuti és vasuti fuvarozásban, illetve a hotel és étterem menedzselésben. Világos, hogy az üzemeltetők költségei majdnem ugyanakkorák, függetlenül attól, hogy 10 vagy 130 utas van egy menetrend szerinti repülőjáraton, vagy 10 vagy 130 vendég száll meg éppen egy szállodában. A légitársaságokban a bevétel menedzselésnek nagyon nagy irodalma van. Azonban a diszkont légitársaságok térhódítása miatt a hagyományos légitársaságok mozgástere egyre szűkül, és azok is egyre inkább 'fapadosodnak', azaz ugyanazt, vagy nagyon hasonló bevétel menedzselési stratégiát alkalmaznak, mint a diszkont légitársaságok. Ez a stratégia nagyon egyszerű: *minél több jegyet váltottak már arra a járatra, annál drágább a maradék jegy.* A hotel szobákat ki lehet osztani annak az elvnek az alapján, hogy aki előbb lefoglalja az kapja, de ez nem mindig a maximális profithozamú megoldás a tulajdosonok számára. Az üzletemberek általában többet fogyasztanak, azaz többet hoznak mint a sima turisták, viszont nagyobb valószínűséggel nem jelennek meg és ilyenkor érdekesebb lett volna a szobát turistának kiadni. Ismertnek tételezve fel a különböző csoportok szokásait dolgozzunk ki egy olyan módszert ami eldönti, hogy érdekesebb-e kiadni a szobát vagy várni egy esetleges jobban fizető vendégre. **Feladat** Áttekintést adni a leggyakrabban használt hozam menedzselési módszerekről.

Ajánlott szakirányok: elemző, alk. mat.

11. Theory of Moves

Témavezető: Fullér Róbert

A téma rövid leírása: A *Theory of Moves* elméletet Steven Brams vezette be (Steven J. Brams, 1994. *Theory of Moves*, Cambridge: Cambridge University Press, 1994) a létező 57 darab 2x2-es konfliktusos mátrix játék elemzésére. Az 57 játékból 12 darab az úgynevezett 22-es csapdája (Catch-22) játék. A *Theory of Moves* játékokban nem egyidejűleg lépnek a játékosok, hanem az egyik lép valamit, majd erre a másik tesz egy válaszlépést, mint a sakkban. A lényeg az azon van, hogy mindegyik játékos maximalizálni akarja a saját kifizetését és ezzel egyidejűleg a másik játékos kifizetését is szeretné maximalizálni (kooperatív játék) vagy minimalizálni (nem kooperatív játék). **Feladat:** Áttekintést adni a *Theory of Moves* elmületről.

Ajánlott szakirányok: elemző, alk. mat.

12. Súlyozott elemi közepek

Témavezető: Fullér Róbert

A téma rövid leírása: A súlyozott elemi közepeknek nagy jelentősége van olyan problémák modellezésében, amelyekben a részeredmények aggregálása a feladat. **Feladat:** A (súlyozott) elemi közepek közötti összefüggések összegyűjtése a megadott irodalom alapján.

Ajánlott irodalom: A. McD. Mercer, Some New Inequalities Involving Elementary Mean Values, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 229(1999), 677-681; G. Toader, Some Mean Values Related to the Arithmetic-Geometric Mean, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 218(1998), 358-368; S.S. Dragomir and F.P. Scarmozzino, On the Ky Fan inequality, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 269(2002) 129-136.

Ajánlott szakirányok: elemző, alk. mat.

13. OWA Operátorok a döntéstámogatásban

Témavezető: Fullér Róbert

A téma rövid leírása: Az *Ordered Weighted Averaging* (OWA) operátorokat Ronald R. Yager vezette be a kritériumok aggregálására a többkritériumu döntési problémákban. Az OWA operátorok jól alkalmazhatóak a kiválasztásos problémákban, ahol több jelölt közül és több szakértő (gyakran egymásnak ellentmondó) véleménye alapján kell kiválasztani a kritériumoknak leginkább eleget tévő alternatívát. A megfelelő aggregációs operátor kiválasztása nem egy egyszerű feladat, mivel először meg kell határozni a kompenzáció mértékét, azaz azt, hogy egy kritérium gyengébb teljesítése mennyiben ellensúlyozható más kritériumok jobb teljesítésével.

Feladat: Áttekintést adni az OWA operátorokról.

Ajánlott szakirányok: elemző, alk. mat.

14. Aggregáló operátorok

Témavezető: Fullér Róbert

A téma rövid leírása: A legfontosabb aggregáló operátorok a t-normák, a t-konormák, és az átlagoló operátorok. **Feladat:** Összegyűjteni és ismertetni a leggyakrabban használt aggregációs operátorokat.

Ajánlott szakirányok: elemző, alk. mat.

15. Korlátok események uniója valószínűségére

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

A téma rövid leírása: Legyenek A_1, A_2, \dots, A_n tetszőleges események. Uniójuk valószínűsége a Poincaré (vagy szita) formula szerint:

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = S_1 - S_2 + S_3 - \dots + (-1)^{n-1} S_n,$$

ahol a k -adik binomiális momentum:

$$S_k = \sum_{0 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}).$$

A gyakorlatban általában csak legfeljebb m tagú metszetek valószínűségei ismertek, ahol $m \ll n$. Ilyenkor már csak becsülni tudjuk az unió valószínűségét. A legismertebb becslés a Bonferroni-egyenlőtlenség:

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq S_1 - S_2 + S_3 - \dots + (-1)^{m-1} S_m, \quad \text{ha } m \text{ páratlan,}$$

illetve ugyanez \geq relációs jellel, ha m páros. Természetesen ennél sokkal jobb becslések is adhatóak, ezeket tekintenénk át. A módszerek egy része gráfelméleti eszközöket használ, a másik része lineáris programozási módszertant.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat., elemző

16. Diszkrét Csebisev-típusú egyenlőtlenségek

Témavezető: Mádi-Nagy Gergely

A téma rövid leírása: Legyen ξ egy nemnegatív valószínűségi változó. Keressük a $P(\xi \geq a)$ valószínűséget. Ha csak a $\mu = E(\xi)$ várható érték ismert, akkor a Markov egyenlőtlenség segítségével felső korlátot adhatunk. Hasonlóan, ha ismert $\sigma^2 = E(\xi^2) - E^2(\xi)$ (vagy ezzel ekvivalens módon $\mu_2 = E(\xi^2)$), akkor a Csebisev egyenlőtlenség ad felső becslést. Tegyük most fel, hogy ξ diszkrét, véges tartójú valószínűségi változó, tartója legyen $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_n\}$. Tegyük fel, hogy $z_0 < z_1 < \dots < z_{r-1} < a \leq z_r < \dots < z_n$. Ekkor az alábbi LP feladat megoldása megadja a $P(\xi \geq a)$ valószínűség legjobb alsó és felső korlátját:

$$\begin{array}{ll} \min(\max) & p_r + \dots + p_n \\ \text{subject to} & \\ & p_0 + p_1 + \dots + p_n = 1 \\ & z_0 p_0 + z_1 p_1 + \dots + z_n p_n = \mu \\ & z_0^2 p_0 + z_1^2 p_1 + \dots + z_n^2 p_n = \mu_2 \\ & p_0, p_1, \dots, p_n \geq 0, \end{array}$$

Ezen a gondolatmeneten elindulva további algoritmikus ill. képletszerű korlátok adhatóak. A feladat az ezzel kapcsolatos irodalom áttekintése, esetleg valamely algoritmus numerikus implementálása.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

17. A globális élösszefüggőség növelése gráfokban

Témavezető: Bernáth Attila

A téma rövid leírása: Adott egy gráf és egy k természetes szám. A feladat minél kevesebb új él hozzávételével k -élösszefüggővé tenni ezt a gráfot. Ez a globális élösszefüggőség növelési feladat, ami mind irányítatlan, mind irányított gráfokban értelmes és megoldható polinom időben (természetesen irányítatlan gráfokhoz irányítatlan éleket adunk hozzá, irányított gráfokhoz irányított éleket). A feladat az elméleti eredmények megismerése, egyes algoritmusok implementálása a LEMON programkönyvtárban.

Ajánlott szakirányok: alk. mat., elemző

18. A lokális élösszefüggőség növelése irányítatlan gráfokban

Témavezető: Bernáth Attila

A téma rövid leírása: Irányítatlan gráfokban megfogalmazható az úgynevezett lokális élösszefüggőség növelési feladat: ahelyett, hogy a gráfot k élösszefüggővé akarnánk tenni, minden u, v pontpárra meg van adva (szimmetrikusan) egy $r(u, v)$ igény, és minimális sok él hozzávételével az u és v között az élösszefüggőséget legalább $r(u, v)$ -re szeretnénk növelni (minden u, v pontpárra). Ezt Gabow algoritmusával $O(n^3 m \log(n^2/m))$ futásidejével oldja meg: kérdés, hogy tudunk-e egyszerűbb algoritmussal hasonlóan jó futásideőt elérni.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

19. Infizibilis belsőpontos, primál-duál algoritmusok lineáris programozási feladatra

Témavezető: Illés Tibor

A téma rövid leírása: A fizibilis belsőpontos algoritmusok szakirodalmában igen nagy. Ugyanúgy igaz ez az infizibilis belsőpontos algoritmusokra is. A lényeges különbség a két algoritmus osztály között, hogy gyakorlatban igazából az infizibilis belsőpontos algoritmusokat alkalmazzák. A szakdolgozat célja az infizibilis belsőpontos algoritmusok szakirodalmának az áttekintése különös tekintettel arra, hogy miért alkalmazzák ezeket az algoritmusokat a gyakorlatban és miért nem az ún. beágyazásos technikán alapuló fizibilis belsőpontos módszereket.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat.

20. Schnyder-címkeztetések és alkalmazásaik

Témavezető: Pap Júlia

A téma rövid leírása: Schnyder mutatta meg, hogy minden háromszögelt síkgráf éleit meg lehet úgy színezni illetve irányítani, hogy a csúcsoknál bizonyos sorrendben következzenek az élek. Ennek a szép struktúrának a segítségével belátta, hogy minden síkgráf pontjait le lehet tenni egy $(n - 2) \times (n - 2)$ -es rács pontjaiba úgy, hogy az éleknek megfelelő szakaszok ne messék egymást. Sőt az is következmény, hogy egy gráf incidencia-poszetjének dimenziója pontosan akkor legfeljebb 3, ha a gráf síkgráf. A hallgató feladata ezek és további Schnyder-címkeztetésekkel kapcsolatos eredmények feldolgozása.

Ajánlott szakirányok: mat.

21. Biztonságos hálózattervezési módszerek összehasonlítása

Témavezető: Kovács Erika Renáta

A téma rövid leírása: A legtöbb hálózatban (internet, úthálózat, vezetékrendszerek stb.) az összeköttetések meghibásodhatnak, ezzel akár blokkolva az egész hálózat működését. A probléma megelőzése érdekében alapvető szempont biztonságos, azaz többszörösen összefüggő hálózatok tervezése. A feladat már egészen speciális esetben is NP-nehéz, gyakorlati megoldására azonban számos módszer született. A szakdolgozó feladata a különböző algoritmusok összegyűjtése, összehasonlítása, esetleg tesztelése.

Ajánlott szakirányok: mat., alk. mat., elemző

22. Ütemezés erőforrás függő végrehajtási idővel

Témavezető: Kis Tamás

A téma rövid leírása: A diplomamunka témája olyan ütemezési problémák vizsgálata, ahol a feladatok végrehajtási idejét a hozzájuk rendelt processzorok száma határozza meg (scheduling with malleable tasks). A téma feldolgozása jelentős irodalomkutatást, esetleg egy két algoritmus implementációját igényli.

Ajánlott szakirányok: alk.mat., elemző

23. Géputemezés erőforrás korlátokkal

Témavezető: Kis Tamás

A téma rövid leírása: A diplomamunka témája olyan ütemezési problémák vizsgálata, ahol au unáris erőforrásokon túl (ezek a gépek), további erőforrásokat is igényelnek a munkák, amelyeken osztozniuk kell. A téma feldolgozása jelentős irodalomkutatást igényel, amelyeket a

diplomamunkában egységes keretbe foglalva, esetleg új eredményekkel kiegészítve kell bemutatni.

Ajánlott szakirányok: alk.mat., elemző